第 43 卷 第 1 期
2023 年 2 月

桂林电子科技大学学报
Journal of Guilin University of Electronic Technology

Vol. 43, No. 1
Feb. 2023

基于频率分集探地雷达的介质参数估计方法

黄 帅[1]，廖可非[1,2]，欧阳缮[1,2]，谢宁波[1]

（1. 桂林电子科技大学 信息与通信学院，广西 桂林 541004；
2. 桂林电子科技大学 卫星导航定位与位置服务国家地方联合工程研究中心，广西 桂林 541004）

摘 要：针对地下目标体周围介质参数估计问题，提出一种基于图像熵的介质参数估计方法。首先推导了介质条件下频率分集阵列探地雷达的点扩展函数，分析了点扩展函数与后向投影成像算法之间的联系，然后将频率分集探地雷达与超宽带探地雷达成像结果做了对比分析。对于同一块包含目标的待成像区域而言，介质参数对电磁波的传播速度有较大的影响，当采用不同的介质参数分别对该区域进行成像时，得到的成像结果亦不相同。对不同参数下的成像结果进行图像熵的计算，成像结果的图像熵值越小，则在使用该参数时成像的聚焦度越好，所对应的介质参数越接近其真实值。实验结果表明：在介质的电导率不为零时，频率分集探地雷达较超宽带探地雷达在目标定位成像方面具有更好的效果，且当目标为细长目标体时，所提出的参数估计方法能够对目标体周围介质参数进行有效估计。

关键词：频率分集阵列；探地雷达；分层介质；点扩展函数；图像熵

中图分类号：TN957.52 **文献标志码**：A **文章编号**：1673-808X(2023)01-0001-06

Medium parameter estimation method based on frequency diversity ground penetrating radar

HUANG Shuai[1], LIAO Kefei[1,2], OUYANG Shan[1,2], XIE Ningbo[1]

(1. School of Information and Communication, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China;
2. National and Local Joint Engineering Research Center of Satellite Navigation Positioning and Location Service, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: Aiming at the problem of medium parameter estimation around buried objects, a method of medium parameter estimation based on image entropy is proposed. Firstly, the point spread function (PSF) of frequency diversity array ground penetrating radar (FDA-GPR) in medium is derived, and the relationship between PSF and back projection imaging algorithm is analyzed. Then, the imaging results of FDA-GPR and UWB-GPR are compared and analyzed. For the same region containing the target to be imaged, the medium parameters have a great influence on the propagation velocity of electromagnetic wave. When different medium parameters are used to image the region, the imaging results are also different. The image entropy of the imaging results under different parameters is calculated. The smaller the image entropy of the imaging results is, the better the focusing degree of the imaging is, and the closer the corresponding medium parameters are to their true values. The experimental results show that: when the conductivity of the medium is not zero, FDA-GPR has better performance in target location and imaging than UWB-GPR, and when the target is a slender target, the proposed parameter estimation method can effectively estimate the parameters of the medium around the target.

Key words: frequency diversity array; ground penetrating radar; layered medium; point spread function; image entrop

在工程物探领域，探地雷达(ground penetrating radar，简称 GPR)是使用最为广泛的方法之一[1-3]。传统的探地雷达大多采用的是超宽带信号，即时域窄脉冲信号。然而窄脉冲信号的瞬时带宽过大，不仅会

收稿日期：2021-03-13
基金项目：国家自然科学基金(61871425，61701128)；广西创新驱动发展专项(桂科 AA21077008)；桂林电子科技大学研究生教育创新计划(2020YCXS035)
通信作者：廖可非(1984—)，男，副教授，博士，研究方向为雷达三维成像、散射截面积测量、认知雷达。E-mail：kefeiliao@guet.edu.cn
引文格式：黄帅，廖可非，欧阳缮，等. 基于频率分集探地雷达的介质参数估计方法[J]. 桂林电子科技大学学报，2023，43(1)：1-6.

给发射机前端的硬件实现带来困难，使成本过大，而且地下介质也可能会存在损耗，使得超宽带信号产生畸变，易造成目标物理特征解译不精确[4-5]。对此，可采用多个窄带信号合成宽带的形式，如频率分集阵列(frequency diverse array，简称 FDA)[6-7]，以避免 GPR 发射超宽带信号时带来的大带宽和非线性的问题，从而降低数据的冗余度，提高信号处理的实时性与可靠性。

雷达成像技术可以对目标的位置和轮廓有一个大体的呈现，现有成像算法主要有衍射层析(diffraction tomography，简称 DT)、时间反转(reverse time migration，简称 RTM)和后向投影(back projection，简称 BP)等算法[8-10]。其中 BP 算法可通过计算阵元到成像区域像素点的距离，从而对电磁波在介质分界面处发射的折射进行精确补偿，具有很大的实用性[11]。在对目标进行成像时，需要介质的相关参数，现有的参数测量通常都是通过抽取部分样本来估计整个探测区域背景的介电属性，这种方法不但对探测背景具有破坏性，而且效率较低。为此，引入图像处理领域中图像熵的概念[12]，通过寻求最小图像熵值，进而反推出介质的相关电特性参数。

1 频率分集探地雷达信号模型

在远场条件下，频率分集阵列可通过波束方向图进行表征[13-16]。而对于近场的情况，通常采用点扩展函数(point spread function，简称 PSF)进行分析，点扩展函数可表示成像系统对点目标的响应，模型示意图如图 1 所示。

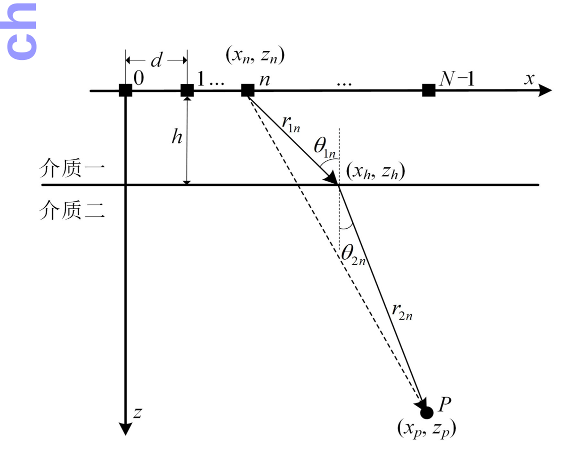


图 1 频率分集阵列探地雷达模型示意图

考虑 N 个收发同置阵元，阵元间距为 d，各阵元发射窄带信号，第 n 个阵元发射的信号为

$$S_n(t)=A(t)\exp(\mathrm{j}2\pi f_n t),\tag{1}$$

其中，$A(t)$ 为包络，窄带情况下，其变化是缓慢的。信号频率可表示为

$$f_n=f_0+m_n\Delta f,\ n=0,1,\cdots,N-1,\tag{2}$$

其中：Δf 为单位频率增量；f_0 为初始载频；m_n 为 $N\times1$ 频率增量系数向量的第 n 个元素，频率增量系数向量 $\boldsymbol{m}$ 由 $0\sim N-1$ 的 N 个整数随机排列得到。

假设一点目标 P 位于介质二中，其位置坐标可表示为(x_p,z_p)。电磁波在介质一中的传播速度为 c_1，在介质二中的传播速度为 c_2，第 n 号阵元至折射点距离为 r_{1n}，折射点至目标点距离为 r_{2n}。根据折射定律

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{c_1}{c_2},\tag{3}$$

有

$$\frac{(x_h-x_n)r_{2n}}{(x_p-x_h)r_{1n}}=\frac{c_1}{c_2},\tag{4}$$

其中，r_{1n}、r_{2n} 可由勾股定理

$$\begin{cases}r_{1n}=\sqrt{(x_h-x_n)^2+(z_h-z_n)^2}\\ r_{2n}=\sqrt{(x_p-x_h)^2+(z_p-z_h)^2}\end{cases}\tag{5}$$

得到。

联立式(4)和式(5)，可得到一个关于折射点横坐标 x_h 的四次方程，对该方程进行求解，可得到 4 个根。其中 2 个根为复数，因折射点的坐标必然为一实数，故对这 2 个根不予考虑，另外 2 个根均为实数，此时观察折射点的位置，发现该点处于发射阵元的横坐标与目标点的横坐标之间，故可取对应区间上的实数根。

每个阵元只接收自身发射的信号，第 n 个阵元接收的目标回波为

$$R_n(t)=A(t-\tau)\exp(\mathrm{j}2\pi f_n(t-\tau)),\tag{6}$$

其中，τ 为双程时延，

$$\tau=\frac{2r_{1n}}{c_1}+\frac{2r_{2n}}{c_2}。\tag{7}$$

将接收的回波信号与 $\exp(\mathrm{j}2\pi f_n t)$ 进行混频，得到基带信号，

$$B_n(\tau)=\exp(-\mathrm{j}2\pi f_n\tau)。\tag{8}$$

2 点扩展函数与 BP 成像算法原理

为分析成像性能，将待成像区域以$(\Delta x,\Delta z)$为单元进行网格划分，通过计算网格点与各阵元间的距离，构造不同的相位补偿。成像区域网格划分示意图如图 2 所示。

将目标所在区域划分为 $N_x\times N_z$ 个网格点，任意网格点 $Q(x_i,z_j)$对第 n 个阵元的相位补偿项为

$$\varphi_{i,j}=\exp\{\mathrm{j}2\pi f_n\tau_{i,j}\}=\exp\left\{\mathrm{j}2\pi f_n\left(\frac{2R_{1n,i,j}}{c_1}+\frac{2R_{2n,i,j}}{c_2}\right)\right\},\tag{9}$$

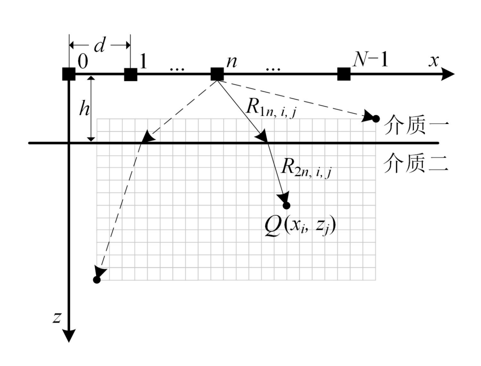


图 2　网格划分示意图

则对于第 n 个阵元，整个待成像网格区域的相位补偿矩阵为

$$\boldsymbol{\Phi}_n = \begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & \varphi_{1,2} & \cdots & \varphi_{1,N_z} \\ \varphi_{2,1} & \varphi_{2,2} & \cdots & \varphi_{2,N_z} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{N_x,1} & \varphi_{N_x,2} & \cdots & \varphi_{N_x,N_z} \end{bmatrix}。\quad (10)$$

将所得待成像区域相位补偿矩阵对点目标 P 的基带回波信号进行相位补偿，可得第 n 个阵元关于点目标 P 在成像区域的能量分布函数：

$$\boldsymbol{E}_n(P) = B_n \boldsymbol{\Phi}_n。\quad (11)$$

将所有阵元在该区域的能量进行相干累加，可得该目标点在指定区域内的点扩展函数：

$$\boldsymbol{F}_{\text{psf}}(P) = \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{E}_n(P)。\quad (12)$$

对于可视为由多个理想散射点构成的目标体，其后向投影算法得到的目标体成像结果也可视为多个理想散射点各自的点扩展函数在该区域内的叠加：

$$\boldsymbol{I}_{\text{BP}} = \sum_{p=1}^{P} \boldsymbol{F}_{\text{psf}}(p)。\quad (13)$$

3　介质参数估计方法

介质的参数估计是地下目标定位和成像的关键。只有对介质参数做出较为准确的估计，才能使偏移成像获得较好的结果。根据电磁场相关理论[17]，介质的介电常数 ε、电导率 σ、磁导率 μ 和电磁波的频率 ω 是影响电磁波传播相速的主要因素，

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2}+1\right]}}。\quad (14)$$

通常情况下，介质多为磁无关介质，故磁导率 μ 可认为是一个常数。分析式(14)可知，电导率为 0 时，电磁波在介质中的传播速度与频率无关，超宽带信号可较为清晰地进行成像[18-19]；电导率不为 0 时，不同频率分量电磁波的传播相速不同，产生色散效应，进而引起波形畸变，导致测量结果出现误差。而频率分集阵列各阵元发射单频信号，可对不同频率成分单独计算其相速。

将式(14)代入式(9)，可得：

$$\varphi_{i,j} = \exp\left\{ \mathrm{j}2\pi f_n \left[2R_{1n,i,j}\sqrt{\frac{\mu\varepsilon_1}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma_1}{\omega_n\varepsilon_1}\right)^2}+1\right]} + 2R_{2n,i,j}\sqrt{\frac{\mu\varepsilon_2}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma_2}{\omega_n\varepsilon_2}\right)^2}+1\right]} \right] \right\}，\quad (15)$$

当电导率为 0 时，式(15)可简化为

$$\varphi_{i,j} = \exp(\mathrm{j}2\pi f_n(2R_{1n,i,j}\sqrt{\mu\varepsilon_1} + 2R_{2n,i,j}\sqrt{\mu\varepsilon_2}))。\quad (16)$$

从式(15)、(16)可看出，介质的电特性参数、信号的频率等都会对点扩展函数的成像质量产生一定影响。为了评价成像的质量，引入图像熵的概念。

熵是某一体系的混乱程度的表征，在图像处理领域，图像熵是一个非常重要的评价指标，其值越小，表明图像的聚焦性能越好，对焦越准确[20]。将得到的各离散网格点的点扩展函数灰度化，灰度值为 L，则点扩展函数灰度化后的数值可用如下矩阵形式表示：

$$\boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} i_{1,1} & i_{1,2} & \cdots & i_{1,N} \\ i_{2,1} & i_{2,2} & \cdots & i_{2,N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ i_{M,1} & i_{M,2} & \cdots & i_{M,N} \end{bmatrix}。\quad (17)$$

设不同灰度值的出现概率为 p_l，则图像熵为

$$E_{\text{ent}} = \sum_{l=0}^{L}[-p_l \log_2(p_l)],\ p_l \neq 0。\quad (18)$$

对于存在目标的同一块待成像区域，当采用不同的介质电特性参数分别进行成像时，图像的聚焦度越好，则图像熵的值就越小，进而对于介质的参数，存在如下估计方法：

1）通过工程背景等先验信息，首先确定待成像区域介质的相对介电常数和电导率的可能区间范围 $[\varepsilon_{r,\min}, \varepsilon_{r,\max}]$，$[\sigma_{\min}, \sigma_{\max}]$。

2）将电导率分别设置为其可能区间范围的两端值，然后设置相对介电常数的初始值，并选择合适的步长 $\Delta\varepsilon_r$。

3）将选定的参数值进行成像处理，并求得其成像结果的图像熵。

4）改变相对介电常数的值，$\varepsilon_r = \varepsilon_r + \Delta\varepsilon_r$，重复步骤 3），直至相对介电常数变化到区间最大值。

5）通过上述步骤，得到电导率分别取端点值时不同 ε_r 对应的图像熵值，对其取平均，图像熵取极小值时所对应的 ε_r 即为其估计值。

6）选择合适的步长 $\Delta\sigma$，将初值设置为电导率的

估计值，并转步骤 3)。

7)改变电导率的值，$\sigma=\sigma+\Delta\sigma$，重复步骤 3)，直至电导率变化至区间最大值。

8)同理，图像熵取极小值时对应的 σ 即为电导率的估计值。

4 仿真验证及结果分析

4.1 频率分集探地雷达成像

选用的仿真软件为 MATLAB 2018a 和 gprMax3D。由前述分析可知，超宽带信号在介质电导率较大时，会产生色散效应，且会影响成像结果，因此设计了以下实验来进行验证。

实验 1 场景如图 3 所示，场景大小为 0.6 m×0.6 m 的电介质，蓝色实线为阵列所在位置，在场景中心(0.3 m，0.3 m)处存在一金属薄片，其长度为 2 cm，用以模拟理想点目标。超宽带探地雷达及频率分集探地雷达各参数如表 1 所示。

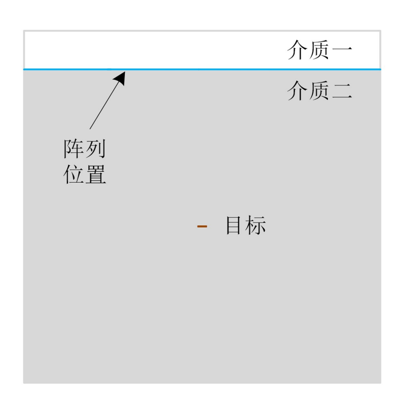


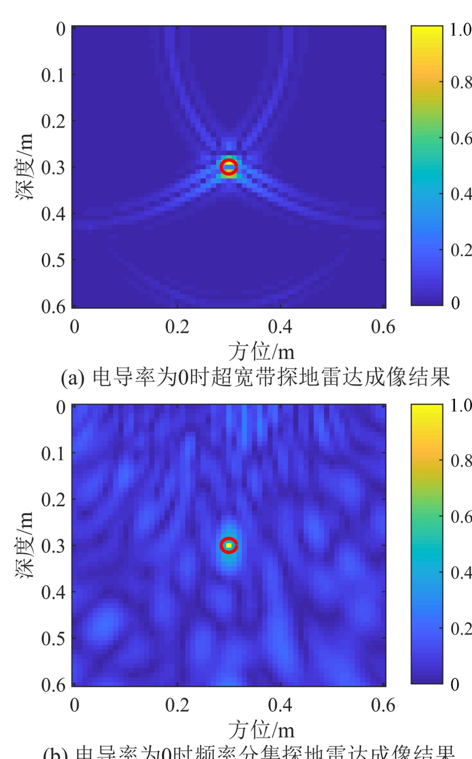
图 3 实验 1 场景示意图

表 1 仿真参数

参数	超宽带 GPR	频率分集 GPR
中心频率 f_0/GHz	1	1
频率增量 Δf/MHz	—	25.8
阵元(测点)个数 N	31	31
阵元(测点)间隔 d/m	0.02	0.02
阵列(测线)长度 L/m	0.6	0.6
介质相对介电常数 ε_r	6	6
介质电导率 σ_1/(S·m^{-1})	0	0
介质电导率 σ_2/(S·m^{-1})	0.25	0.25

分别设置介质的电导率为 0、0.25 S/m，则超宽带 GPR 和频率分集 GPR 对不同电导率的介质成像结果分别如图 4、5 所示，其中目标真实位置由红色圆圈标注。

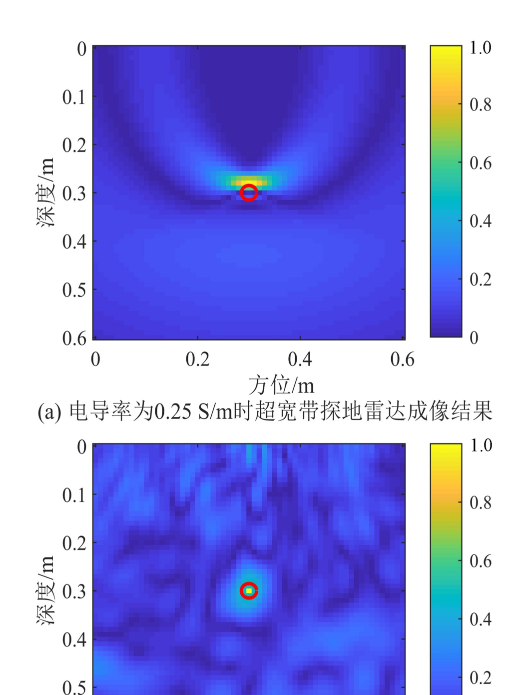
为便于对比分析，将成像结果均进行了归一化处理。从图 4、5 可看出，在电导率为 0 时，2 种模式下的探地雷达均能够较好地对目标进行定位成像，而当



(a) 电导率为0时超宽带探地雷达成像结果

(b) 电导率为0时频率分集探地雷达成像结果

图 4 电导率为 0 时成像结果



(a) 电导率为0.25 S/m时超宽带探地雷达成像结果

(b) 电导率为0.25 S/m时频率分集探地雷达成像结果

图 5 电导率为 0.25 S/m 时成像结果

电导率设置为 0.25 S/m 时,因超宽带信号存在色散效应,导致其成像结果存在一定误差,而随机置换频率分集阵列,仍可对目标进行较为精确的定位成像。

4.2　介质参数的估计

通过上述实验可知,超宽带探地雷达在介质存在一定电导率时,会产生信号失真,使得恢复的目标位置不够精确,而频率分集阵列探地雷达则能够准确地实现目标定位。当目标可视为细长埋地目标体时,设计以下实验来验证本方法对介质参数估计值的准确性。

实验 2 场景如图 6 所示,设置为 1.2 m×1.3 m 的空间范围,采用阵元数为 51 的线性阵列,其距下层介质 0.3 m,阵元间距为 0.02 m,初始载频为 1 GHz,带宽为 200 MHz。上下层介质电特性参数如表 2 所示。在下层介质中心位置(0.6 m,0.8 m)处,存在一细长理想导体圆柱。

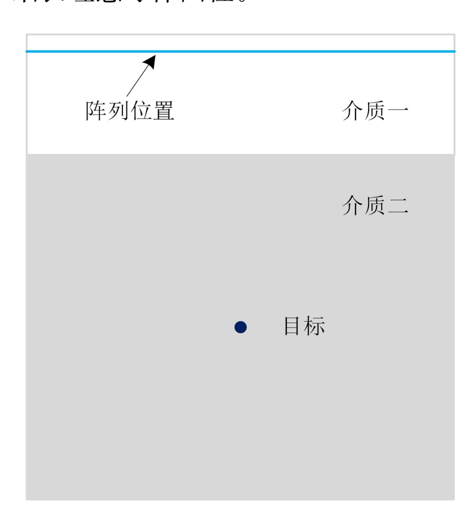


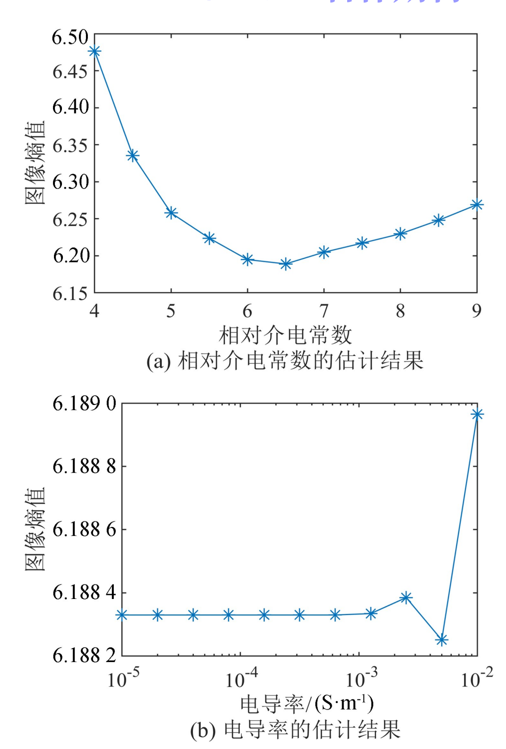
图 6　实验 2 场景示意图

表 2　实验 2 各介质电特性参数

介质	相对介电常数 ε_r	电导率 σ/(S·m^{-1})	相对磁导率 μ_r
空气	1.0	0	1.0
粘土	6.0	0.001	1.0

采用本方法,根据工程背景等先验信息,确定介质的相对介电常数及电导率的大概范围,并选择合适的步长进行多次迭代,得到相对介电常数及电导率的估计值,如图 7 所示。

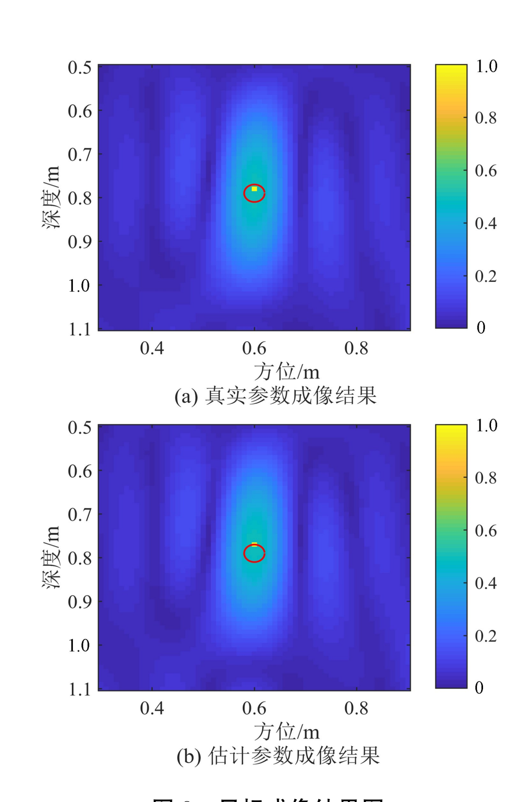
从图 7 可看出,相对介电常数的估计值为 6.5,电导率的估计值为 0.005 S/m。采用预设的实际值和得到的介质参数估计值分别对目标进行成像,得到的成像结果如图 8 所示,其中目标真实位置由红色圆圈标注。



(a) 相对介电常数的估计结果

(b) 电导率的估计结果

图 7　对介质电特性参数的估计



(a) 真实参数成像结果

(b) 估计参数成像结果

图 8　目标成像结果图

从图 8 可看出,估计值和真实值的成像结果存在一定误差,这种误差主要由 2 个方面引入,一方面,由于采用电磁仿真软件进行网格离散化时引入了一定的舍入误差,从而引起电磁波传播速度的微小变化;另一方面,在计算电磁波的折射点位置时也会引入一

定的误差，致使最终参数的估计值及相应的成像结果虽存在一定误差，但都在合理范围内。

5 结束语

提出了一种基于图像熵的地下介质电特性参数估计方法。推导了频率分集阵列的点扩展函数，并对比了点扩展函数与后向投影算法之间的异同；对超宽带信号在有耗介质中的色散现象进行了分析，对不同介质条件下的超宽带探地雷达与频率分集探地雷达的成像结果进行了对比。实验结果表明，频率分集探地雷达比传统超宽带探地雷达在目标定位成像方面具有更好的效果，在介质有耗的情况下，依然能够较为精确地对目标进行定位成像。因此，本方法能够在合理的误差范围内，对地下介质参数进行有效估计。

参考文献：

[1] HARRY M J. 探地雷达理论与应用[M]. 北京：电子工业出版社，2011：2-24.

[2] 周智敏. 超宽带地表穿透成像雷达[M]. 北京：国防工业出版社，2013：34-59.

[3] 曾昭发. 探地雷达方法原理及应用[M]. 北京：科学出版社，2006：15-55.

[4] 谢跃雷，晋良念，欧阳缮，等. 一种基于 FPGA 的超宽带雷达数字接收机[J]. 现代雷达，2014，36(1)：62-65.

[5] SALUCCI M，POLI L，MASSA A. Advanced multi-frequency GPR data processing for non-linear deterministic imaging[J]. Signal Processing，2017，132：306-318.

[6] ANTONIK P，WICKS M C，GRIFFITHS H D，et al. Frequency diverse array radars[C]//IEEE Conference on Radar. Verona，NY：IEEE Press，2006：215-217.

[7] 王文钦，陈慧，郑植，等. 频控阵雷达技术及其应用研究进展[J]. 雷达学报，2018，7(2)：153-166.

[8] 雷文太，曾胜，赵健，等. 探地雷达对两层介质中目标的快速后向投影成像方法[J]. 电子与信息学报，2012，34(5)：1045-1050.

[9] 周琳，粟毅. 基于互相关的探地雷达反向投影成像算法[J]. 电子与信息学报，2011，33(11)：2714-2719.

[10] 顾翔. 雷达成像的电磁场仿真与超分辨成像算法研究[D]. 北京：中国科学院研究生院(空间科学与应用研究中心)，2009：43-48.

[11] ZHOU Lin，HUANG Chunlin，SU Yi. A fast back-projection algorithm based on cross correlation for GPR imaging[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters，2012，9(2)：228-232.

[12] 朱铮涛，黎绍发，陈华平. 基于图像熵的自动聚焦函数研究[J]. 光学精密工程，2004(5)：537-542.

[13] XU Y H，LUK K. Enhanced transmit-receive beamforming for frequency diverse array[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation，2020，68(7)：5344-5352.

[14] LIU Yimin，RUAN Hang，WANG Lei，et al. The random frequency diverse array：a new antenna structure for uncoupled direction-range indication in active sensing[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing，2017，11(2)：295-308.

[15] 李浩然. 分层介质频率分集阵列方向图分析及目标定位[D]. 桂林：桂林电子科技大学，2017：12-25.

[16] MA Yezi，WEI Ping，ZHANG Huaguo. General focusing beamformer for FDA：mathematical model and resolution analysis[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation，2019，67(5)：3089-3100.

[17] 谢处方，饶克谨. 电磁场与电磁波[M]. 4 版. 北京：高等教育出版社，2006：205-215.

[18] 邵泉杰，欧阳缮. 基于椭圆包络线算法的探地雷达成像[J]. 桂林电子科技大学学报，2015，35(3)：173-177.

[19] 舒志乐，刘保县，刘新荣，等. 探地雷达正反演理论与信号处理[M]. 北京：科学出版社，2017：33-64.

[20] 申家全，闫怀志，胡昌振. 基于图像熵的探地雷达杂波抑制效果评价[J]. 电波科学学报，2011，26(2)：267-271，413.

编辑：张所滨